

## Etap szkolny

**Zadanie 1:** Rozwiąż równanie:

$$36^4 \cdot 6 \cdot 2x - (\sqrt{216})^6 = \frac{36^{10}}{6^{10}} \cdot x + 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9$$

**Zadanie 2:** Rozwiąż nierówność:

$$(x - 6)(6 + x) \leq (4x + 3)^2 - (2 - x)^2$$

**Zadanie 3:** W amfiteatrze jest dwadzieścia rzędów ponumerowanych krzeseł. W pierwszym rzędzie jest 37 krzeseł, a w każdym następnym rzędzie są o trzy miejsca więcej niż w poprzednim. Miejsca w pierwszym rzędzie mają numery od 1 do 37, a w drugim od 38 do 77 itd.

- Ile miejsc znajduje się w dwunastym rzędzie?
- Jakie numery mają miejsca w ostatnim rzędzie?

**Zadanie 4:** Jedna z przekątnych równoległoboku ma długość 12 i dzieli kąt ostry tego równoległoboku na kąty o miarach  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Oblicz obwód i pole równoległoboku.

## Etap międzyszkolny

### **Zadanie 1**

Wykres funkcji  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-x-6}$  przesunięto o wektor  $\vec{u} = [-2, 1]$ , a następnie przesunięty wykres odbito symetrycznie względem początku układu współrzędnych. Otrzymano wykres funkcji  $g(x)$ . Znajdź wzór, wyznacznik dziedzinę oraz narysuj wykres funkcji  $g(x)$ .

### **Zadanie 2**

Trzy liczby  $a$ ,  $6$ ,  $c$ , gdzie  $a$  i  $c$  są liczbami dodatnimi, tworzą ciąg geometryczny. Suma odwrotności tych liczb wynosi  $0,7(2)$ . Znajdź liczby  $a$  i  $c$ .

### **Zadanie 3**

Rozwiąż równanie  $x^2 + (m + 1)x - 2m - 6 = 0$  z niewiadomą  $x$ . Wynik przedstaw w najprostszej postaci. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej  $m$ , równanie to ma tylko całkowite pierwiastki.

### **Zadanie 4**

Dana jest liczba dwucyfrowa. Jeśli dopiszemy na końcu tej liczby 5, to otrzymamy liczbę o 482 większą od danej. Jeśli zaś dopiszemy na końcu tej liczby dwucyfrowej 10, to otrzymamy liczbę o 5257 większą od danej. Wyznacz tę liczbę dwucyfrową.

## **Final**

### **Zadanie 1:**

Z urny zawierającej 2 kule białe i 4 czarne losujemy jedną kulę i nie oglądając jej wkładamy do drugiej urny, w której początkowo są 4 białe i 1 czarna. Następnie z drugiej urny losujemy jednocześnie dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że będą one tego samego koloru.

### **Zadanie 2:**

Dłuższa podstawa trapezu równoramiennego ma długość 4 cm, a jego obwód wynosi 10 cm. Niech  $x$  będzie długością ramienia trapezu. Wykaż, że funkcja

$$P(x) = \sqrt{(5-x)^2(2x-1)}$$

Opisuje pole tego trapezu dla  $x \in (1, 3)$ . Wyznacz wartość  $x$ , dla którego pole trapezu jest największe. Oblicz to pole.

### **Zadanie 3:**

Funkcja kwadratowa  $g$  ma dwa miejsca zerowe. Ich iloczyn jest równy 2, a suma ich sześcianów jest równa 95. Znajdź równanie prostej, która jest osią symetrii wykresu funkcji  $g$ .

### **Zadanie 4:**

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt, którego dwa boki mają długość 6 cm, a długość trzeciego wynosi 8 cm. Wszystkie krawędzie boczne mają jednakową długość, równą 9 cm. Oblicz objętość tego ostrosłupa.